11.10. Li.

· 八重态. (History of Lie Group)

$n \quad p$

$\Sigma^- \quad \Sigma^0 \Lambda \quad \Sigma^+$

$\Xi^- \quad \Xi^+$

→ SAKATA: n. p. Λ 基本单元 + π.

$3 \times 3 = 8 + 1$. (SU(3))

→ G: Isospin 对称性分类;

$2+2+3+1$.

$G = SU(2) \times SU(2) \times SU(2) \rightarrow 3+3+3 = 9$ 个生成元.

但 I hypercharge 与实验不符.

正

1 降法. $SU(3)_{flavor} \supset SU(2)_I \times U(1)_H \supset U(1)_3 \times U(1)_H$ 正则群链.

$\quad I \qquad Y \qquad I_3$

Flavor 对称性只在非相对论极限下(只考虑基态)成立, 激发态差别太大.

$SU(2)_S \times SU(3)_F = SU(6)$. 但与实验不符.

自旋

· C.M. 可能的对称性只有 $SU(2)_S \times SU(2)_I \times$ Poincare.

$\downarrow$ spin. $\downarrow$ 内部 $\downarrow$ 时空.

即 spin 群必须单独列出来. 不能纳入更大的群中.

引. GUT. $SU(2)_S \times SU(5)$

· Lie ~~Group in Physics.~~ Algebra

Lorentz $SO(3,1)$

Gauge $SU(N)$. $SO(N)$. $E_8 \times E_8$.

Other Symmetry.

Group. | Structure.

| Representation.

Algebra: eg. Clifford Alg. $\{\gamma_\mu\}$.

4个生成元 $\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \xrightarrow{生成}$ 16个基. (16维表示)

1 ① $\quad \gamma_\mu$ ④ $\quad \gamma_\mu \wedge \gamma_\nu$ ⑥ $\quad \gamma_\mu \wedge \gamma_\nu \wedge \gamma_\sigma$ ④ $\quad \gamma_1 \wedge \gamma_2 \wedge \gamma_3 \wedge \gamma_4$ ①

0-vector. 1-vector. 2-vector. 3-vector. 4-vector.

Df. 外积 $a\wedge b=\frac{1}{2}(ab-ba)$. 内积 $a\cdot b=\frac{1}{2}(ab+ba)$

(Anti-sym) (sym).

乘法 $ab=a\wedge b+a\cdot b$.

取 even vector: 0-vector. 2-v. 4-v. — ⑧

构成子代数 $\{1.\ \gamma_{\mu\nu}\ \gamma_{\mu\nu\rho\sigma}.\}$ 8个基.

另一方面. 用$(1.\ \sigma_i\ \sigma_j\ \sigma_k)$可生成含8个基的 Clifford 代数

$1.\ \underbrace{\sigma_i\ \sigma_j\ \sigma_k}\ \ \underbrace{\sigma_{ij}\ \sigma_{jk}\ \sigma_{ki}}\ \ \sigma_{ijk}.$ ... 同构

$\updownarrow$

$1.\ \ \gamma_k\gamma_0\ \ \ -\gamma_{5k}\ \ \ \gamma_5$.(pseudoscalar. i)

— my Pauli Alg. (8个基的 Clifford 子代数).

继续取 Pauli Alg 的 even 元: $1.\ \sigma_{ij}\ \sigma_{jk}\ \sigma_{ki}$

$\downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow$

$1\ \ \underbrace{I\ \ J\ \ K}$. — 四元数.

任一个都是 even.

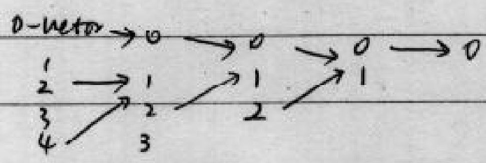
$\Downarrow$

1. i — 复数.

$\Downarrow$

1 — 实数.

$16\to 8\to 4\to 2\to 1$.



- Lie Group.

Lie Group 只有单连通时才能与 Lie Alg 一一对应.

而且才能用微分延拓到整个 Lie Group.

而 SO(3). SO(3,1) 都不单连通.

办法: 延拓到其覆盖群. $\begin{cases} SO(3)\longrightarrow SU(2) \\ SO(3,1)\rightarrow SL(2C) \end{cases}$

三块: { Lie Group − Structure. (乘法结构).
Lie Alg.
Representation

- 离散群 → 有限群

正则子群 $H \in G$ $gHg^{-1} = H$ $\forall g \in G$

Lie Group 正则群链 $G \rhd G_1 \times G_2 \rhd \cdots$

其中 G_1 G_2 都是 G 的正则子群，并且保证丢掉的生成元数最少。

- $SO(3,1)$ K_i J_i 6个生成元。

$\cong SL(2C)/Z_2$ $SL(2C) \cong$ ~~Spin~~ $Spin(3,1) \xrightarrow{cover} SO(3,1)$

cf: $SO(3) \xleftarrow{cover} Spin(3) = SU(2)$

$SL(2C)$ (的) 与 $SU(2) \times SU(2)$ 的忠实(faithful)表示一样。

- SUSY

C-M (No-Go 定理) 比 Poincare Group 更大的对称群只有 $Poin \otimes G_{in}$

$Poin$: $J_{\mu\nu}$ P_μ (10) G_{in}: 内部对称群 直乘

但 No-Go 的证明是在所有基本"粒子"都是对易的条件下成立。

引入反对易 → SUSY $\{Q_\mu \bar{Q}_\mu\} = P_\mu$